

Лагутин А.А., учитель информатики МБОУ «Гимназия №2 «Квантор»

Урок информатики в 9 классе по теме: «Из истории чисел. Системы счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления»

Цели:

образовательные: контроль знаний, умений и навыков по теме "Измерение информации. Единицы измерения информации"; знакомство учащихся с историей систем счисления, введение понятий позиционной и непозиционной систем счисления, формирование умения записывать натуральный ряд чисел любой позиционной системы счисления; формирование умения представить число в позиционной (развернутой) форме;

развивающие: повышение познавательного интереса к предмету, развитие умения работать с информацией, развитие умения выделять главное;

воспитательные: воспитание информационной культуры, аккуратности, внимания, усидчивости, а также воли и настойчивости при достижении конечных результатов.

Тип урока: открытие нового знания

Оборудование: мультимедиа-презентация по данной теме, компьютеры учителя и учащихся с цифровыми ресурсами.

План урока:

1. Самоопределение к учебной деятельности
2. Групповая исследовательская работа за компьютерами «Системы счисления»
3. Обобщение материала
4. Решение задач
5. Самостоятельная работа
6. Решение задач
7. Рефлексия

Ход урока:

1. Самоопределение

Здравствуйте. Сегодня на уроке нам придется стать исследователями. Мы должны будем окунуться в историю чисел, узнать какие числа используются в настоящее время в каких областях науки и жизни.

2. Групповая исследовательская работа за компьютерами «Системы счисления»

Инструктаж по исследовательской работе дается до выполнения самостоятельной работы: выполнившие работу раньше – приступают к групповой работе.

Учащиеся разбиваются на группы для выполнения исследовательской работы с цифровыми образовательными ресурсами.

Цель: познакомиться с различными системами представления чисел; определить, чем отличаются системы друг от друга.

Каждая пара получает свой набор систем счисления. Каждый участник группы находит на экране информацию по двум пунктам:

1. Название системы счета (счисления)
2. Какие цифры используются в данной системе
3. Где использовалась/используется система счисления
4. Достоинства и недостатки

Перечень исследуемых систем счисления

Непозиционные системы счисления:

1. единичная (унарная).
2. древнеегипетская.
3. римская.

Алфавитные системы счисления:

4. греческая,
5. финикийская,
6. древнерусская.
7. индийская мультипликативная

Позиционные системы счисления:

8. древневавилонская.
9. десятичная (арабская).
10. двоичная
11. шестнадцатеричная

Результатом выполнения работы будут выступления учащихся при изучении нового материала (см. п.6).

3. Обобщение

А теперь попробуем обобщить и систематизировать найденную информацию в тетради. Работаем фронтально

Системы счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления.

Вычисления на компьютере связаны с хранением и обработкой чисел.

В тетради запишем: Компьютер работает с числами в двоичной системе счисления.

Эта идея принадлежит Джону фон Нейману, сформулировавшему в 1946 году принципы устройства и работы ЭВМ.

В тетради запишем:

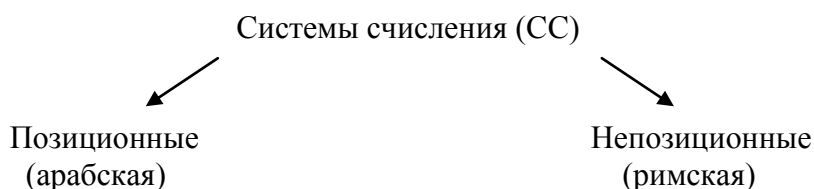
Система счисления – способ представления чисел с помощью цифровых знаков и соответствующие действия с ними.

Какие системы счисления вы используете в повседневной жизни? (десятичная, римская, староанглийская – количество месяцев в году, вавилонская – измерение времени: 60 секунд, 60 минут). Система счисления, к которой мы привыкли, называется десятичной. Объясняется это название тем, что в ней используется 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Но существуют и другие системы счисления.

Я напишу на доске два числа: 111 и III. Посмотрите внимательно на записанные числа. С первого взгляда они одинаковы – три единицы с каждой стороны. Но число слева – это сто одиннадцать, а число справа – три. То есть в числе слева значение цифры зависит от занимаемой позиции, а в числе справа – нет.

Таким образом, все системы счисления можно разделить на две группы.

В тетради нарисуем схему: (сначала заполним вторую колонку)



Выступления учащихся	Выступления учащихся
<p><i>Впервые идея позиционной системы счисления возникла в Древнем Вавилоне.</i></p> <p>В позиционных системах счисления количественное значение, обозначаемое цифрой в записи числа, зависит от позиции цифры в</p>	<p><i>То, что написано не курсивом, записываем в тетрадь:</i></p> <p>От положения (позиции) знака в записи числа не зависит количественное значение, которое он обозначает.</p>

<p>числе. <i>Существует множество позиционных систем счисления.</i> Примеры позиционных систем счисления: двоичная, троичная, восьмеричная, десятичная, шестнадцатеричная. Основание позиционной системы счисления равно количеству используемых в системе цифр. <i>Остановимся на десятичной системе счисления. Ее принято называть арабской, хотя зародилась она в Индии в 5 веке. В Европе об этой системе узнали в 12 веке из арабских научных трактатов, которые были переведены на латынь. Этим и объясняется название «арабские цифры». Широкое распространение в науке и в обиходе десятичная позиционная система получила только в 16 веке.</i> Достоинства: можно легко выполнять любые арифметические вычисления, записывать большие числа.</p>	<p><i>Поэтому система называется непозиционной. Сегодня вы работали за компьютерами и изучали различные системы счисления. Приведите примеры непозиционных систем.</i> Примеры: <i>Непозиционные системами счисления пользовались древние египтяне, греки, римляне и некоторые другие народы древности. До нас дошла римская система записи чисел (римские цифры). Применяется ли сейчас эта система счисления? (Да). Где она используется? (В нумерации века, тома в собрании сочинений, главы книги).</i> В римской системе счисления в качестве цифр используются латинские буквы: I V X L C D M 1 5 10 50 100 500 1000 Например, число CCXXXII складывается из двух сотен, трех десятков и двух единиц и равно двумстам тридцати двум. Если слева в записи римского числа стоит меньшая цифра, а справа – большая, то их значения вычитаются. В остальных случаях – значения складываются. Пример. $IV = 5 - 1 = 4$ $VI = 5 + 1 = 6$</p>
---	--

4. Решение задач

Задание 1. Записать в римской системе счисления год своего рождения. (к доске)

MCMXCVIII – 1998

MCMXCIX – 1999, другой вариант (не рекомендуется) – MIM.

Задание 2. Число, записанное римскими цифрами, записать в десятичной системе счисления: (к доске)

1889 – MDCCCLXXXIX

Задание 3. Сложите два римских числа: $LIX + XVIII = 59 + 18 = 77 = LXXVII$ (за партами)

Как вы выполняли сложение? (Сначала переводили в десятичные числа, потом выполняли сложение полученных десятичных чисел)

Как вы думаете, есть ли правило, по которому можно сложить или умножить два римских числа?

(Такого правила нет, в непозиционных системах счисления нет и не может быть правил действий).

Для выполнения вычислений непозиционные системы не используются. А поскольку вычисления – основная работа компьютера, то мы с вами будем рассматривать позиционные системы счисления.

Теперь заполним первый столбик схемы.

Говоря о позиционных системах счисления, необходимо ввести два понятия.

В тетради запишем:

Алфавит – множество цифр используемых в данной системе счисления.

Основание – количество цифр алфавита.

Пример. 3-СС.

Алфавит: 0,1,2.

Основание: 3

Натуральный ряд: 0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100, 101, ... , 111, 112, ... 120, 121, ... 202, 210, ... 222, 1000.

Задание 4. По образцу троичной системы счисления рассмотреть пятеричную систему: записать алфавит, основание, натуральный ряд. (к доске)

5-СС.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4.

Основание: 5.

Натуральный ряд: 0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, 21, ... 24, 30, ... 44, 100, ... 334, 340, ... 414, 420.

Обращаю ваше внимание на то, что числа в позиционных системах счисления (кроме десятичной) читаются перечислением цифр. Также, при записи числа мы будем указывать систему счисления, в которой оно записано (*нижний индекс*):

241_{10} – двести сорок один

241_5 – два четыре один

Решим несколько задач. (Номера 5-10 из листочка с заданиями).

Задание 5. Какое минимальное основание должна иметь система счисления, если в ней могут быть записаны числа: 10, 21, 201, 1201? **3** (РЕШАЕТ УЧИТЕЛЬ с помощью учеников)

Запишем правило, по которому находится минимальное основание:

Минимальное основание системы счисления на единицу больше максимальной цифры.

Задание 6. Какое минимальное основание должна иметь система счисления, если в ней могут быть записаны числа: 403, 561, 666, 125? **7** (с места)

Задание 7. Какое минимальное основание должна иметь система счисления, если в ней могут быть записаны числа: 22, 984, 1010, A219? **11** (с места)

Задание 8. Какое количество обозначает цифра 8 в десятичных числах 6538, 8356, 87 и 831? (**единицы, тысячи, десятки, сотни**). (с места)

Задание 9. Выпишите алфавиты в 4-ричной, 7-ричной, 12-ричной системах счисления. (к доске 3 человека)

4-СС: 0, 1, 2, 3

7-СС: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

12-СС: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B

Задание 10. Запишите первые 20 чисел натурального числового ряда в двоичной, 5-ричной, 8-ричной, 16-ричной системах счисления. (к доске 3 человека, 16-СС учитель на доске)

2-СС – 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, 10000, 10001, 10010, 10011, 10100

5-СС – 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, 21, 22, 23, 24, 30, 31, 32, 33, 34, 40

8-СС – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 23, 24

16-СС – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, 10, 11, 12, 13, 14

В тетради запишем: Основное свойство любой позиционной системы счисления – позиционная (развернутая) форма записи.

Пример.

43210 -1-2

$$25478,39 = 20000 + 5000 + 400 + 70 + 8 + 0,3 + 0,09$$

Запишем нули через степени числа 10:

$$25478,39 = 2 * 10^4 + 5 * 10^3 + 4 * 10^2 + 7 * 10^1 + 8 * 10^0 + 3 * 10^{-1} + 9 * 10^{-2}$$

В тетради запишем:

В любой позиционной системе счисления число может быть представлено в виде суммы произведений его цифр на соответствующие занимаемые ими позиции степени основания.

Рассмотрим в качестве примеров 10-СС, 2-СС, 8-СС, 16-СС.

В тетради запишем:

Слайд 2

Двоичная СС (процессор):

Алфавит: цифры - 0,1 ; основание – 2

Пример: $10100,11_2 = 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 0 * 2^0 + 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2}$.

Двоичное представление числа требует большего числа разрядов.

Слайд 3

Восьмеричная СС (оперативная память):

Алфавит: цифры - 0,1,2,3,4,5,6,7; основание – 8

Любое число – это сумма произведений цифр числа на соответствующую степень основания 8.

Пример: $317,6_8 = 3 * 8^2 + 1 * 8^1 + 7 * 8^0 + 6 * 8^{-1}$.

Слайд 4

Шестнадцатеричная СС (оперативная память):

16-СС использует 16 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Чтобы цифру, например 15, не путать с двузначным числом 15, принято цифры с 10 по 15 обозначать соответственно латинскими буквами А, В, С, D, Е, F.

Алфавит: цифры - 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,А,В,С,D,Е,F; основание – 16

(Подписать над буквами их цифровые аналоги).

Любое число - это сумма степеней основания 16.

Пометить восклицательным знаком на полях следующую запись:

$$10_{16} \triangleleft A_{16}$$

$$10_{10} = A_{16}$$

Эта запись применима и к остальным цифрам, записанным буквами.

Например: $C1A2,2_{16} = C * 16^3 + 1 * 16^2 + A * 16^1 + 2 * 16^0 + 2 * 16^{-1}$

Задание 11. Запишите числа в развернутом виде: (к доске 6 человек)

а $143511_7 = 1 * 7^5 + 4 * 7^4 + 3 * 7^3 + 5 * 7^2 + 1 * 7^1 + 1 * 7^0$

б $100211_3 = 1 * 3^5 + 0 * 3^4 + 0 * 3^3 + 2 * 3^2 + 1 * 3^1 + 1 * 3^0$

в $143511_9 = 1 * 9^5 + 4 * 9^4 + 3 * 9^3 + 5 * 9^2 + 1 * 9^1 + 1 * 9^0$

г $143,511_7 = 1 * 7^2 + 4 * 7^1 + 3 * 7^0 + 5 * 7^{-1} + 1 * 7^{-2} + 1 * 7^{-3}$

д $0,143511_6 = 0 * 6^0 + 1 * 6^{-1} + 4 * 6^{-2} + 3 * 6^{-3} + 5 * 6^{-4} + 1 * 6^{-5} + 1 * 6^{-6}$

е $1A3,5B1_{13} = 1 * 13^2 + 10 * 13^1 + 3 * 13^0 + 5 * 13^{-1} + 11 * 13^{-2} + 1 * 13^{-3}$

5. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

Выполняется на листах А4 с последующей самопроверкой по эталону на слайде

Задание: представить число в развернутой форме записи:

21033 ₄	56201 ₇	732 ₈	924749 ₁₀	011100101 ₂	C123 ₁₆
--------------------	--------------------	------------------	----------------------	------------------------	--------------------

Ответы**Слайд 5:**

- $21033_4 = 2 * 4^4 + 1 * 4^3 + 0 * 4^2 + 3 * 4^1 + 3 * 4^0$
- $56201_7 = 5 * 7^4 + 6 * 7^3 + 2 * 7^2 + 0 * 7^1 + 1 * 7^0$
- $732,4_8 = 7 * 8^2 + 3 * 8^1 + 2 * 8^0 + 4 * 8^{-1}$
- $924749_{10} = 9 * 10^5 + 2 * 10^4 + 4 * 10^3 + 7 * 10^2 + 4 * 10^1 + 9 * 10^0$
- $011100101_2 = 0 * 2^8 + 1 * 2^7 + 1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$
- $C123_{16} = C * 16^3 + 1 * 16^2 + 2 * 16^1 + 3 * 16^0$

6. Решение задач

Задание 12. Запишите в свернутой форме следующие числа: (к доске 2 человека)

а) $A_{14} = A * 14^1 + 1 * 14^0 + 7 * 14^{-1} + 5 * 14^{-2} = 140 + 1 + 1/2 + 5/196 = 141 \text{ целая } 103/196$

б) $A_5 = 4 * 5^1 + 1 * 5^0 + 5^{-1} + 2 * 5^{-2} = 20 + 1 + 1/5 + 2/25 = 21 \text{ целая } 7/25$

Теперь разберем еще одно задание в тетради (решает учитель с помощью учеников):

Задание 13. В классе 1000_q учеников, из них 120_q девочек и 110_q мальчиков. В какой системе счисления велся счет учеников?

Решение.

$$1000_q = 120_q + 110_q$$

Представим в развернутой форме:

$$1 * q^3 + 0 * q^2 + 0 * q^1 + 0 * q^0 = 1 * q^2 + 2 * q^1 + 0 * q^0 + 1 * q^2 + 1 * q^1 + 0 * q^0$$

$$q^3 = q^2 + 2q + q^2 + q$$

$$q^3 = 2q^2 + 3q$$

$$q^3 = q(2q+3)$$

$$q^2 = 2q + 3$$

$$q^2 - 2q - 3 = 0$$

Получили квадратное уравнение, найдем дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 * 1 * (-3) = 16$$

$$q_{1,2} = -b \pm \sqrt{D} / 2a$$

$$q_1 = (2 + 4) / 2 = 3$$

$$q_2 = (2 - 4) / 2 = -1$$

Ответ: степень основания 3.

Задание 19. В саду 100_q фруктовых деревьев, из них 33_q яблони, 22_q груши, 16_q слив и 17_q вишен. В какой системе счисления посчитаны деревья? (к доске приглашается учащийся)

Ответ: 11.

7. Рефлексия

Продолжите фразы

Сегодня на уроке я узнал...

Сегодня на уроке я научился...

Мне было сложно...

Мне было легко...

Лагутин А.А., учитель информатики МБОУ «Гимназия №2 «Квантор»

Я хотел бы...

Мне не понравилось...

Мне понравилось...

Спасибо за урок!